

Inleiding

“A way to master this world”

En toch probeer ik – ook in mijn geschriften – één en al spontaniteit te zijn. Iedere volzin die ik schrijf, wordt, eer hij geschreven en gedrukt wordt, gewikt, gewogen en gewenteld tot het summum van spontaniteit is bereikt. Het moet erop lijken of al wat ik schrijf me net te binnen is geschoten. [...] Het is niet eenvoudig je te tonen zoals je bent, vooral als je helemaal niet zo bent. [...] Zijn niet al mijn schrijfsels verkleedpartijen? Nee, ik schrijf gekleed, maar niet verkleed.

Hans Freudenthal in *Schrijf dat op, Hans*, 1987¹

Hans Freudenthal: hoogleraar wiskunde, wetenschapper, literator. Maar bovenal de man van het wiskundeonderwijs, onlosmakelijk verbonden met de omwentelingen die er in dat wiskundeonderwijs en de wiskundendidactiek in de tweede helft van de vorige eeuw plaatsvonden. Hij is tot op de dag van vandaag dé dominerende figuur binnen de wiskundendidactiek in Nederland. In een discussie over wiskundeonderwijs kan niemand om Freudenthal heen: ‘wiskundeonderwijs volgens Freudenthal’ dient ofwel als inspiratie, ofwel om andere invalshoeken tegen af te zetten. Wie Freudenthal zegt, zegt wiskundendidactiek. Dat alleen zou al een reden zijn om een studie aan Freudenthal te wijden. Maar er is meer.

Wiskundendidactiek en Hans Freudenthal: probleem- en vraagstelling

Wie zich verdiept in de didactiek van de wiskunde, loopt vroeg of laat tegen de vraag aan: wat is wiskunde eigenlijk? Waar begint wiskunde? Het bestuderen van de manier waarop kinderen wiskunde leren kan een antwoord leveren op die vraag. Het tot stand komen van wiskunde bij kinderen kan als aanknopingspunt dienen bij het beantwoorden van de vraag wat wiskunde is.

Vanaf het moment dat de didactiek van de wiskunde studieterrrein is geworden, komen steeds ook vragen over aard en betekenis van wiskunde in het algemeen aan de orde. In het interbellum werd de *vormende waarde* van de wiskunde als een van de grootste deugden van het wiskundeonderwijs gezien. Door wiskunde als een deductief, gesloten systeem te onderwijzen, zou de vormende waarde van die wiskunde goed tot zijn recht komen. Wiskunde werd op die manier als ‘kant en klaar’ aan de leerling aangeboden. De zuiverheid en de eerlijkheid van het mathematisch denken zouden van het grootste belang zijn voor de ontwikkeling van het intellect en

1 Hans Freudenthal, *Schrijf dat op, Hans. Knipsels uit een leven* (Amsterdam 1987) 11.

het verhogen van het morele peil van de leerling, zo meenden voorstanders van deze aanpak. Het wiskundeonderwijs had daardoor, vooral in het voortgezet onderwijs, een nogal elitair karakter: wiskunde begrijpen was voorbehouden aan een handjevol leerlingen.

Door de hoge mate van abstractheid en de ogenschijnlijk beperkte rol van de wiskunde in de maatschappij was de invulling en verantwoording van het schoolvak wiskunde na de introductie ervan in de negentiende eeuw nooit een vanzelfsprekendheid. Het schoolvak wiskunde moest zich al in de negentiende eeuw met grote regelmaat legitimeren en verantwoorden voor doel en inhoud. Dit maakte dat een zekere traditie was ontstaan in het nadenken over het waarom en waarvoor van wiskundeonderwijs.²

Op het moment dat Freudenthal zich na de Tweede Wereldoorlog steeds nadrukkelijker met de wiskundendidactiek bezig ging houden, betrad hij begaanbaar terrein. Anderen voor hem hadden al over wiskundendidactiek geschreven en discussie gevoerd. Die discussies over wiskundeonderwijs waren er met regelmaat en de beoefening van de wiskundendidactiek nam in aanzien toe.

De veranderende rol van de wiskunde in de maatschappij was daar indirect debet aan. Nu het belang van de praktische toepassingen van de wiskunde na de Tweede Wereldoorlog duidelijker werd, werd de invalshoek ‘wiskunde als cultuurfactor’ meer en meer naar de achtergrond verdrongen ten gunste van die van ‘wiskunde als productiefactor’.³ Het praktisch nut van de wiskunde was niet alleen binnen het vakgebied een steeds nadrukkelijker aanwezig fenomeen, ook in het onderwijs kon men er niet langer omheen: ‘wiskunde om de wiskunde’ voldeed steeds minder naarmate meer mensen wiskunde nodig hadden.

Juist op dit punt stapte Freudenthal in de discussie en door zijn activiteiten heeft hij een stempel gedrukt op de wiskundendidactiek in Nederland (en ver daar buiten). Wiskundeonderwijs in Nederland geniet namelijk al jarenlang internationale faam en Freudenthals reputatie als onderwijsvernieuwer is daar debet aan. Hij wordt binnen én buiten het vakgebied van de wiskundendidactiek gezien als degene die verantwoordelijk was voor het soort wiskundeonderwijs waarbij het oefenen van technieken als afzonderlijke vaardigheden naar de achtergrond verdween.⁴

2 Iets vergelijkbaars gebeurde er met betrekking tot het onderwijs in de klassieke talen, dat in de negentiende eeuw een legitimatie verloor. Discussie over legitimering van het vak leidde tot meer aandacht voor de didactiek met nadruk op de vormende waarde ervan; Arie Jan van Duyvendijk, *De motivering van de klassieke vorming: een historisch-paedagogische studie over twee eeuwen* (Groningen 1955); W. Hoving en J. van IJzeren, *Onderzoek naar de wenselijkheid en de mogelijkheid om bij het onderwijs in de oude talen op gymnasia en lycea de lectuur met na-klassieke schrijvers uit te breiden beoordeeld in verband met de betekenis van het klassieke onderwijs in zijn geheel* (Groningen 1940); Pim Verhoeven, *Tekstbegrip in het onderwijs Klassieke Talen. Een onderzoek naar de verwezenlijking van nieuwe doelstellingen in het schoolonderzoek Grieks en Latijn* 1997.

3 Deze terminologie is ontleend aan die in het werk van Gerard Alberts, *Jaren van berekening. Toepassingsgerichte initiatieven in de Nederlandse wiskundebeoefening 1945-1960* (Amsterdam 1998).

4 Een voorbeeld van dit beeld van Freudenthal is te lezen in: A. Freeman-Smulders, ‘Lezen als ongedeelde vaardigheid. Een Freudenthal voor het leesonderwijs gezocht’, *Leesgoed: tijdschrift voor kinderboeken* 24 (1997) 30-33.

In plaats van het opgelegd krijgen van een kant en klare wiskunde kwam er plaats voor het zelf ontdekken en opbouwen van wiskunde in een voor de leerling relevante context. Het mathematiseren van de werkelijkheid werd uitgangspunt: wiskunde is overal. Hierbij was er aandacht voor de interactie tussen leerlingen onderling, voor samenwerking en voor het zoeken naar verschillende oplossingsstrategieën. ‘Realistisch wiskundeonderwijs voor allen’ is een aansprekende typering van het soort wiskundeonderwijs waarmee de naam Freudenthal geassocieerd wordt.

Dit proefschrift wil een antwoord geven op de vraag: wat was de rol van Freudenthal binnen het wiskundeonderwijs? Hoe terecht is het beeld van de sleutelrol die hij in de vernieuwingen zou spelen? Om hierop een antwoord te formuleren, moeten in de eerste plaats belangrijke deelvragen beantwoord worden. Wat waren zijn ideeën over wiskunde, onderwijs en didactiek? Hoe ontstonden ze, waardoor werden ze beïnvloed en hoe veranderden ze (of niet)? Op welke manier hadden ze welke invloed op de toen heersende opvattingen?

Met de beschrijving van de veranderingen binnen het wiskundeonderwijs komt ook de visie op wiskunde als cultuurelement aan de orde. In zijn veelzijdigheid als wetenschapper, gecombineerd met zijn aanzien als hoogleraar en zijn drang om voortdurend naar buiten te treden met zijn publicaties, heeft juist Freudenthal op dat gebied een belangrijke sociale functie vervuld. Het organiseren van het eerste internationale congres voor wiskundeonderwijs was zijn verdienste, net als de oprichting van het internationale tijdschrift voor wiskundeonderwijs *Educational Studies in Mathematics*. Onvermoeibaar was zijn inzet om wiskundendidactiek als serieus beoefende wetenschap te funderen. Freudenthals visie op de wiskunde – wat is wiskunde? waar begint wiskunde? – was indirect voortdurend van invloed op zijn denkbeelden over wiskundeonderwijs. Voor hem was dit een leidraad in zijn zoektocht naar de juiste invalshoek bij de ontwikkeling van wiskundeonderwijs.

Freudenthal zag voor de wiskunde een essentiële rol weggelegd in ieders wereld. Juist de wiskunde uit de alledaagse werkelijkheid was voor hem essentieel in het onderwijs, niet het opleggen van een zuiver wiskundig systeem aan leerlingen door de leraar:

Opposite to this view of mathematics as a sophisticated subject matter, dropped from above to below, is that of mathematics as a natural and social activity which develops according to the growth and the growing needs of the individual in an expanding world. Mathematics is an attitude, a way to master this world cognitively, practically, emotionally.⁵

Wiskunde was overal en voor iedereen, en het was deze wiskunde die volgens Freudenthal als uitgangspunt genomen moest worden bij de ontwikkeling van wiskundeonderwijs. In de jaren zeventig zag hij deze visie in de praktijk gebracht door het onderwijs-ontwikkelwerk zoals dat door medewerkers van het Instituut voor de

5 Hans Freudenthal, ‘New Math or new education’, *Prospects* IX (1979) 321-331, aldaar 322.

Ontwikkeling van het Wiskunde Onderwijs (IOWO) gedaan werd. Zijn successen op dit gebied legitimeren op zich al een nader onderzoek.

Don Quichote: de mythe Freudenthal?

Freudenthals rol in de veranderingen van het wiskundeonderwijs heeft in de overlevering haast mythische vormen aangenomen. Een mythe, die nog werd versterkt door het stereotype imago dat hem omringde. Met zijn vlinderstrik en pijp was hij een wat excentrieke professor, wiens reputatie als wiskundige al gevestigd was toen hij zich voor de didactiek ging interesseren.

Freudenthal heeft ook zelf impliciet – en wellicht onbewust – bijgedragen aan deze mythe. Zijn rol in de wiskundedidactiek beschreef hij uitgebreid in zijn autobiografie *Schrijf dat op, Hans* uit 1987.⁶ Met de door het geraffineerde citaat aan het begin van deze inleiding voorgewende spontaniteit en een karakteristieke terloopse nonchalance schetste hij hierin eind jaren tachtig zijn carrière als onderwijsman. Ook in andere artikelen en boeken in de jaren zeventig en tachtig blikt hij regelmatig nadrukkelijk terug op de geschiedenis van het wiskundeonderwijs in Nederland en beschreef zijn eigen rol daarin. In het beeld dat hij van zichzelf als didacticus geeft, overheerst dat van een Don Quichote, een eenzame strijder tegen kwalijke tendensen in het wiskundeonderwijs. Hij omschrijft zichzelf als een ‘enfant terrible’, trots op zijn ‘ondeugden’, altijd tegen de stroom oproeïende en, uiteindelijk, met het gelijk aan zijn kant.

Deze omschrijving correspondeert met het algemeen heersende beeld van de didacticus Freudenthal. Toch zijn er ook andere geluiden te horen. Uit een enquête onder oud-medewerkers van het IOWO bleek geen overeenstemming over de rol van Freudenthal in het grote geheel van het ontwikkelwerk aldaar.⁷ Bovendien is het verbazingwekkend hoe Freudenthal door verschillende mensen op verschillende en haast tegenstrijdige manieren herinnerd wordt. In gesprekken met mensen die met hem werkten, bij hem studeerden of slechts zijdelings met hem te maken hadden, komt opvallend vaak telkens weer een ander beeld van Freudenthal naar voren. Waar hij voor de een moeilijk benaderbaar, afstandelijk en ongenaakbaar leek, kenden anderen hem als hartelijk en enthousiast, op het kinderlijke af. Enerzijds was er het beeld van de tedere grootvader, anderzijds dat van de onbenaderbare professor voor wie men bang was en die men het liefste meed.

Sociaaldemocraat, eigenwijs, loyaal, recht voor zijn raap, maar ook, vaak uit tactische overwegingen, behoudend en berekenend. Uiterst kritisch, snoeihard en vasthoudend in zijn oordeel, nooit bang om kritiek te uiten en fouten genadeloos af

6 Freudenthal, *Schrijf dat op, Hans*; Naast de terloopse opmerkingen door het hele boek heen, wijdde hij er een volledig hoofdstuk aan: ‘Werken aan onderwijs. Op weg’; *ibid.*, 335-363.

7 E.W.A. de Moor, *Van vormleer naar realistische meetkunde. Een historisch-didactisch onderzoek van het meetkundeonderwijs aan kinderen van vier tot veertien jaar in Nederland gedurende de negentiende en twintigste eeuw* (Utrecht 1999) 484-485.

te straffen. Hij was de ontzagwekkende wiskundige, maar tegelijkertijd ook de down-to-earth onderwijzman, observerend in een klaslokaal. De tijdens een discussie slapende toehoorder, die dan toch ineens niet bleek te slapen en uit het niets een wakkere opmerking kon plaatsen. Voor de een overheerste het beeld van een onbeheerste, autoritaire, ronduit slechte collegegever en spreker, voor de ander juist dat van een briljant inspirator met hart voor leerlingen, studenten en studentenzaken.

Onderzoeksmethode: het gebruik van Freudenthals persoonlijk archief

Zoals elke visie is ook Freudenthals eigen visie op de rol die hij speelde in de wiskundendidactiek gekleurd, maar het is wel een visie die een extra dimensie aan dit onderzoek geeft. Met grote regelmaat spreekt Freudenthal daarom vanuit zijn *Schrijf dat op, Hans* in dit onderzoek mee in de reconstructie van zijn werk, waardoor ook voor zijn versie van het gebeurde ruimte ontstaat. Zijn autobiografie en het beeld dat hij daar van zijn onderwijscarrière schetst, vormen echter nergens de leidraad van deze reconstructie.

Om tot een eigen interpretatie te komen heb ik juist Freudenthals persoonlijk archief als het voornaamste uitgangspunt van het onderzoek genomen. De reconstructie van gebeurtenissen en activiteiten is voornamelijk gebaseerd op de stukken zoals die in die zestien meter archief te vinden zijn.⁸ Naast de door Freudenthal zelf opgestelde lijst met ruim tweehonderd van zijn publicaties op het gebied van wiskundeonderwijs, bleek zich in dit archief nog een overvloed aan (on)gepubliceerd materiaal te bevinden op of nauw gelieerd aan het gebied van opvoeding, onderwijs en wiskundendidactiek. Niet in de laatste plaats bleek Freudenthals zorgvuldig bewaarde correspondentie een belangrijke bron.

Het laten spreken van de teksten houdt direct een zekere afstand van mij tot Freudenthal in en daardoor een minder uitgesproken mening over de persoon Freudenthal. Dit was nodig om een zekere distantie te bewaren zodat de mythe-Freudenthal tegen het licht – of misschien: tegen een ander dan het gebruikelijke licht – gehouden kon worden. Het resultaat is een reconstructie van de voornamelijk schriftelijke gegevens, waarbij een antwoord gevonden kan worden op de vraag in hoeverre de ‘mythe-Freudenthal’ correspondeert met de realiteit – of in ieder geval de realiteit, zoals die naar voren komt uit de hier gebruikte bronnen.

Het gebruik van Freudenthals persoonlijk archief had ook de nodige haken en ogen. Freudenthals enorm gevarieerde en uitgebreide interessegebieden hebben een rijk en intrigerend persoonlijk archief opgeleverd en bij het doorwerken ervan is het risico groot, af te dwalen naar het schrijven van een biografie. Freudenthal kon als geen ander nieuw verworven kennis soepel in zijn eigen gedachtegoed integreren, veelal zonder een directe verwijzing naar de bron van zijn ideeën. Om de ontwik-

8 P.J.M. Velthuys-Bechthold, *Inventory of the papers of Hans Freudenthal (1905-1990), mathematician. 1906-1990* (Haarlem 1999).

keling van dat gedachtegoed toch in kaart te kunnen brengen was veel werk nodig in het archief. Daarbij was het makkelijk door Freudenthals persoonlijkheid en gezichtspunten meegeslept te worden. Het gemak waarmee hij schreef, was daar debet aan. Hij zegt zelf over zijn schrijfstijl:

Ik hoef me geen geleerd lijkende taal aan te meten om diepte voor te spiegelen. Ik heb geen carrière voor me waarin zo'n taal tot aanbeveling zou kunnen strekken, en ik stel er geen prijs op het nageslacht aan het werk te zetten om dieptes van een onleesbare tekst te doorgronden. Aan mijn geestelijk portret valt niets meer te wijzigen, op mijn denkbeeld van wetenschappelijkheid hoef ik geen correctie aan te brengen. Simplex sigillum veri – vertaal ik als: wat waar is mag je onomwonden zeggen.⁹

Bij het doorwerken van zijn geschriften was het verleidelijk de nuchtere en schijnbaar bescheiden manier van schrijven zoals in zijn *Schrijf dat op, Hans* ook in dit onderzoek de toon te laten zetten. De uitdaging lag daar in het bepalen van een middenweg tussen een zakelijk-afstandelijke beschrijving van Freudenthals werk en een romantisch-biografisch betoog. Voor het vermijden van het eerste was een verder kijken dan de teksten en het integreren van correspondentie een manier, voor het vermijden van het tweede een zekere kritische terughoudendheid in het gebruiken van oral history en het niet klakkeloos overnemen van Freudenthals eigen reconstructie van zijn carrière.

De aard van het onderzoek en historiografie

Dit onderzoek is geen didactisch of wiskundig onderzoek, hoewel het in die zin wel relevant kan zijn. Het doel was niet Freudenthals gedachtegoed te toetsen op didactische waarde of in te zetten als bron voor onderwijsontwikkeling. Het onderzoek was evenmin het schrijven van een biografie. Biografische elementen heeft het onderzoek alleen voor zover deze betrekking hebben op Freudenthal als *didacticus*. Talloze aspecten van Freudenthals werk en leven kregen daardoor binnen dit onderzoek helaas geen plaats.

Het voornaamste doel van dit onderzoek was het uitvoeren van een historische analyse: Freudenthals didactische gedachtegoed wordt aan een historische analyse onderworpen, waarbij zijn persoonlijk archief als uitgangspunt genomen wordt. Het geeft geen volledig verslag van 'hoe het geweest is', maar distilleert uit de manuscripten *een* mogelijke manier om tegen Freudenthal en zijn werk aan te kijken. Het zo ontstane beeld van Freudenthal wordt daarbij getoetst aan dat van de 'mythe-Freudenthal'.

Over Freudenthals didactisch werk en de geschiedenis van het wiskundeonderwijs is al het een en ander geschreven. Dit onderzoek past binnen twee lijnen. Enerzijds past het binnen de lijn van de geschiedenis van het wiskundeonderwijs. Over

9 Hans Freudenthal, *Didactische fenomenologie van wiskundige structuren* (Utrecht 1984) 191-192.

de periode voor de Tweede Wereldoorlog schreef Klaas van Berkel over het wiskundeonderwijs in zijn biografie van E.J. Dijksterhuis.¹⁰ E.W.A. de Moor schreef in zijn proefschrift over de geschiedenis van het meetkundeonderwijs in Nederland, H.J. Smid over wiskundeonderwijs op Latijnse en Franse scholen in de negentiende eeuw.¹¹ Over de geschiedenis van het rekenonderwijs is er een overzichtsartikel van Jo Nelissen en over wiskundeonderwijs in de vorige eeuw verscheen de bundel *Honderd jaar wiskundeonderwijs*.¹² Ook in de dissertatie van Henk Klomp is veel aandacht voor de ontwikkelingen op het gebied van wiskunde- en natuurkundeonderwijs in het interbellum, met daarbij de nadruk op democratisering.¹³ Tot slot is er over de veranderende rol van wetenschap(pers) en de wereld van de wiskunde in Nederland na de Tweede Wereldoorlog veel te vinden in de proefschriften van Gerard Alberts en Leo Molenaar.¹⁴

De tweede lijn waarbinnen dit onderzoek past is de biografische lijn (hoewel biografische aspecten ook zeker voorkomen in werken uit de eerste lijn). Allereerst is daar Freudenthals autobiografische werk *Schrijf dat op, Hans*, waarin hij ook een analyse van zijn eigen didactisch werk geeft. Aspecten van Freudenthals didactische en historische werken worden besproken in *The legacy of Hans Freudenthal*.¹⁵ Kort na zijn dood verschenen diverse andere artikelen over Freudenthals leven en werk, zoals die van J. Adda, A. Bishop, J. van Dormolen, W.T. van Est en J. de Lange.¹⁶ Een analyse van een deel van Freudenthals didactisch gedachtegoed wordt onder meer gegeven in de proefschriften van De Moor, A. van Streun en J. Terwel.¹⁷ De laatste wijdde samen met K. Gravemeijer ook een artikel aan de didacticus

10 Klaas van Berkel, *Dijksterhuis. Een biografie* (Amsterdam 1996).

11 De Moor, *Van vormleer naar realistische meetkunde*; H.J. Smid, *Een onbekookte nieuwigheid? Invoering, omvang, inhoud en betekenis van het wiskundeonderwijs op de Franse en Latijnse scholen 1815-1863* (Delft 1997).

12 Jo Nelissen, 'Eeuwenlang rekenen. Historische ontwikkelingen in het rekenonderwijs', *Willem Bartjens* 18 (1998/99) 36-39; Fred Goffree, Martinus van Hoorn, Bert Zwaneveld, eds., *Honderd jaar wiskundeonderwijs – een jubileumboek* (Leusden 2000).

13 Henk A. Klomp, *Relativiteitstheorie in Nederland. Breekijzer voor democratisering in het interbellum* (Utrecht 1997).

14 Alberts, *Jaren van berekening*; Leo Molenaar, 'Wij kunnen het niet langer aan de politici overlaten.' *De geschiedenis van het Verbond van Wetenschappelijke Onderzoekers 1946-1980* (Delft 1994).

15 Dit zijn de artikelen uit het 'In memoriam HF ('90)'-exemplaar van *Educational Studies in Mathematics* door Josette Adda, Fred Goffree, Henk J.M. Bos, W.T. van Est, A. Treffers, L. Streefland, J. de Lange, Christine Keitel; Leen Streefland, ed., *The Legacy of Hans Freudenthal* (Dordrecht 1993).

16 J. Adda, 'Freudenthal cursief. Hans Freudenthal (1905-1990)', *Nieuwe Wiskrant. Tijdschrift voor Nederlands Wiskundeonderwijs* 10 (1991) 26; A. Bishop, 'Freudenthal cursief. HF – an inspiration in the search for truth', *Nieuwe Wiskrant* 10 (1991) 13; J. van Dormolen, 'Freudenthal cursief. Hoe didactiek een deel van wiskunde kan worden', *Nieuwe Wiskrant* 10 (1991) 19; W.T. van Est, 'Hans Freudenthal. 17 september 1905 – 13 oktober 1990', *Nieuw Archief voor Wiskunde* 9 (1991) 131-136; W.T. van Est, 'Hans Freudenthal. 17 september 1905 – 13 oktober 1990', *Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen. Jaarboek 1991* (Amsterdam 1991) 139-142; J. de Lange, 'In memoriam Hans Freudenthal', *Nieuwe wiskrant* 10 (1990) 3.

17 De Moor, *Van vormleer naar realistische meetkunde*; A. van Streun, *Heuristisch wiskunde-onderwijs. Verslag van een onderwijsexperiment* (Groningen 1989); J. Terwel, *Onderwijs maken* (Harlingen 1984).

Freudenthal.¹⁸ In Van Berkels *Dijksterhuis. Een biografie* komt de didacticus Freudenthal aan de orde als opponent van Dijksterhuis. Tenslotte worden in Dirk van Dalen, *L.E.J. Brouwer. Een biografie* aspecten van Freudenthals leven en werk in Amsterdam besproken.¹⁹ Korte biografieën van Freudenthal zijn ook te vinden in het proefschrift van Molenaar en in de bundels *Honderd jaar wiskundeonderwijs en Kopstukken van het laagland*.²⁰

De opbouw van het boek

Dit boek heeft in hoofdlijnen een chronologische opbouw. Het eerste hoofdstuk geeft een schets van de stand van zaken in het (wiskunde)onderwijs in het interbellum, waarbij de nadruk ligt op HBS en gymnasium. Voor een goed begrip van de aard en de achtergronden van de discussies omtrent het wiskundeonderwijs in die periode wordt eerst gekeken naar de diverse onderwijsvormen zoals die in die tijd binnen het middelbaar en voorbereidend hoger onderwijs (VHMO) bestonden en worden de daarbij horende ontstaansgeschiedenis, achterliggende motieven en bedoelingen belicht. Naast de schoolsoorten passeren de strijdpunten binnen het wiskundeonderwijs en enkele belangrijke kopstukken op dat gebied de revue.

Vervolgens wordt in een biografisch hoofdstuk in grote lijnen het leven van Freudenthal neergezet. De nadruk ligt hierbij op de periode voor de Tweede Wereldoorlog met een meer globale aanduiding van de periode erna. De relevante biografische aspecten van deze latere periode komen op de desbetreffende plaatsen in de rest van het boek aan de orde.

In de laatste jaren van de Tweede Wereldoorlog schrijft Freudenthal een didactisch manuscript, het ongepubliceerde ‘Rekendidactiek’, zijn eerste op dat gebied. Hoofdstuk 3 beschrijft dit manuscript, dat afgezet tegen zijn ideeënontwikkeling in de jaren zeventig veel belangwekkends biedt. ‘Een nieuw begin’ heet vervolgens het hoofdstuk waarin de periode vlak na de Tweede Wereldoorlog wordt beschreven. In deze jaren zette Freudenthal zijn eerste stappen op het gebied van het wiskundeonderwijs en de wiskundendidactiek en zagen zijn eerste publicaties op deze gebieden het licht. Het is de periode waarin hij zich in Utrecht een plek veroverd en een actief en prominent lid van de Wiskunde Werkgroep zal worden.

Hoofdstuk 5 beslaat de periode 1950-1957, wanneer Freudenthals reputatie als ‘onderwijsman’ nationaal en internationaal meer vorm krijgt door zijn bemoeienissen in commissies, maar ook door zijn publicaties in bijvoorbeeld *De Groene Amsterdammer*. Zijn wiskundig-didactische ideeën krijgen een belangrijke nieuwe impuls door het werk van het echtpaar Van Hiele eind jaren vijftig. Freudenthal is

18 K. Gravemeijer en J. Terwel, ‘Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory’, *Journal of curriculum studies* 32 (2000) 777-796.

19 Dirk van Dalen, *L.E.J. Brouwer. Een biografie. Het heldere licht van de wiskunde* (Amsterdam 2001).

20 Martijn van Calmthout, ‘Hans Freudenthal. Kampioen van de alledaagse wiskunde’, in: P. Brill, red., *Kopstukken van het laagland. Een eeuw Nederland in honderd portretten* (Amsterdam 1999).

hierbij als promotor van Pierre van Hiele nauw betrokken en vindt in Van Hieles niveautheorie een inspirerende nieuwe didactische invalshoek. Een analyse van deze theorie en de manier waarop deze in Freudenthals gedachtegoed terug te vinden is, wordt gegeven in hoofdstuk 6.

Het hoofdstuk 'Methode versus inhoud' beslaat de periode rond 1960, wanneer de vanuit de Verenigde Staten overgewaaid moderniseringsgolf 'New Math' binnen het wiskundeonderwijs aan de orde is. In deze jaren speelt Freudenthal de rol die in de overlevering voortleeft als die van 'de eenzame tegenstander van New Math'. Het laatste hoofdstuk tenslotte is getiteld 'Freudenthal ziet het zo'. Hierin worden de jaren rond 1970 beschreven. In deze periode staat, naast uiteraard een grote rol voor het IOWO (de voorloper van het huidige Freudenthal Instituut en even onlosmakelijk met de naam Freudenthal verbonden), voornamelijk de consolidering van Freudenthals (wiskunde)onderwijsfilosofie centraal. De opbouwfase van Freudenthals didactiek is afgesloten. Hier eindigt het onderzoek.

Hiermee is de kous voor Freudenthals wiskundedidactiek nog lang niet af. Immers, Freudenthal werkt tot zijn overlijden in 1990 nog onvermoeibaar verder aan de ontwikkeling van wiskundeonderwijs en -didactiek. Op het moment waarop dit onderzoek eindigt, is de basis van een belangrijk deel van Freudenthals didactische ideeën echter uitgekristalliseerd. De richting waarin zijn werk zich zal ontwikkelen is daarmee in grote lijnen uitgezet. In de epiloog wordt tenslotte voor- en achteruit geblijkt.

